

# OLIMPIADI DEI SAPERI POSITIVI

---

ALLENAMENTI DI MATEMATICA E LOGICA

SCUOLA SECONDARIA DI I GRADO

# ELEMENTI DI LOGICA PROPOSIZIONALE

---



# LE ORIGINI DELLA LOGICA

---

Il termine “logica” deriva dal greco “λόγος” (*lógos*), che può essere tradotto con “studio”, ma anche “ragione” e “intelletto”.

La parola “λογικός” (*logikós*), ossia “ciò che concerne il λόγος” compare in tutta la produzione filosofica antica, ma sarà solo con Aristotele che la logica diverrà la scienza che assicura la correttezza del pensiero.



# ARISTOTELE

---

- Aristotele è il primo a dare alla logica un'impostazione sistematica.
- Secondo il filosofo essa coincide con il metodo deduttivo (da un'informazione generale se ne ricava una particolare).



# I CONCETTI

---

- Secondo Aristotele i **concetti** sono gli oggetti del nostro linguaggio
- Essi possono venir disposti entro una scala di maggiore o minore universalità e classificati mediante un rapporto di **genere e specie**
- Ad esempio il concetto di quadrilatero è specie rispetto a quello di poligono e genere rispetto a quello di quadrato

# LE PROPOSIZIONI

---

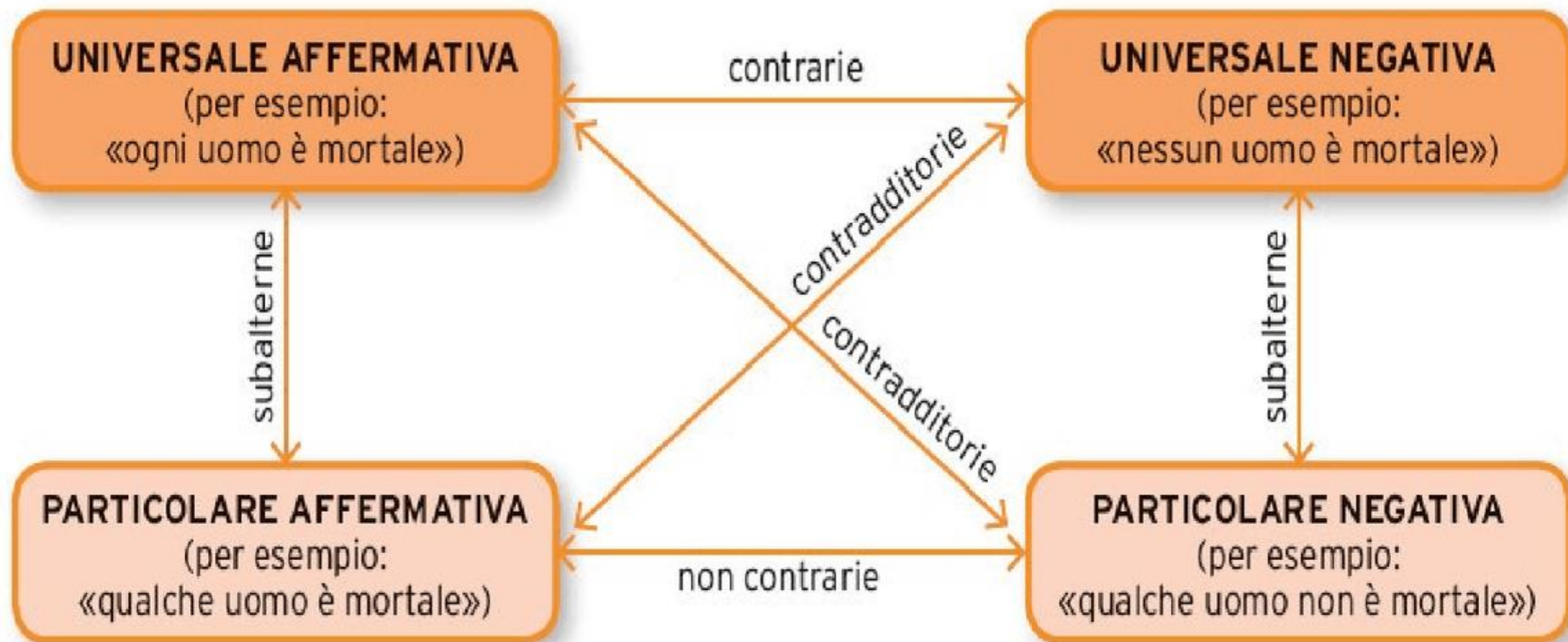
- Aristotele prende in considerazione gli enunciati apofantici, cioè frasi che costituiscono asserzioni e non preghiere, esclamazioni e simili
- Solo gli enunciati apofantici possono essere dichiarati veri o falsi
- Tali enunciati si identificano con le **PROPOSIZIONI**

# LE PROPOSIZIONI

---

- Le proposizioni si classificano per qualità e quantità
- QUALITÀ → Affermative o Negative
- QUANTITÀ → Universali o Particolari

# Il quadrato degli opposti





*“Ci sono tre uomini su un treno.*

*Uno è un economista, il secondo è un logico e il terzo un matematico. Hanno appena oltrepassato il confine per la Scozia (non so perché stanno andando in Scozia) quando dal finestrino del treno vedono una mucca marrone in un campo (e la mucca è in posizione parallela rispetto al treno).*

*L'economista dice: - Guarda, le mucche in Scozia sono marroni.*

*Il logico dice: - No. In Scozia ci sono le mucche, e almeno una è marrone.*

*Il matematico dice: - No. C'è almeno una mucca in Scozia, e uno dei due fianchi è visibilmente marrone.”*

*Lo Strano Caso del Cane Ucciso a Mezzanotte, Mark Haddon*



# VERITÀ E FALSITÀ

---

- Secondo Aristotele, dei termini o dei concetti isolatamente presi (come «uomo», «bianco», «corre», «vince» ecc.) non si può dire né che siano veri né che siano falsi, giacché vera o falsa è solo una qualche combinazione, o sintesi, di essi.
- **Questo significa che il vero o il falso nascono solo con la proposizione e con il giudizio.**

*Infatti il falso e il vero non sono nelle cose, come se per esempio il bene fosse vero il male fosse direttamente falso, ma sono nel pensiero razionale, mentre per quanto riguarda le realtà semplici e i «che cos'è», essi non sono nemmeno nel pensiero razionale.*

*Metafisica VI, trad. Enrico Berti*



*È nel vero chi pensa che il diviso è diviso e l'unito è unito, mentre è nel falso chi considera le cose in modo contrario, quando, ci chiediamo, «è» o «non è», è detto nel senso di ciò che è vero o falso. Non infatti, perché noi pensiamo che tu sei veramente pallido, tu sei pallido, ma perché tu sei pallido, noi, che diciamo questo, siamo nel vero.*

*Metafisica IX, trad. Enrico Berti*





# IL SILLOGISMO

---

- Dalle proposizioni si passa ai collegamenti tra di esse, i quali costituiscono il **ragionamento**
- Il ragionamento per eccellenza, secondo Aristotele, è il sillogismo

# IL SILLOGISMO

---

- Tutti gli uomini sono mortali
- Socrate è un uomo
- Socrate è mortale

Da ragazzi, al liceo Iacopo Sannazaro, ci divertivamo a inventare sillogismi fasulli, per far perdere la calma al nostro insegnante di filosofia, il professor D'Amore. Il sillogismo che più ci faceva ridere, diceva:

Socrate fischia.

La locomotiva fischia.

Socrate è una locomotiva.

E il povero D'Amore si avvilita. Me lo ricordo ancora, dietro la cattedra, grondante di sudore, mentre si difendeva dal caldo e dalle mosche con un ventaglio di carta: «Sole, mosche e ciucchiere!» E dicendo ciucchiere volgeva gli occhi al cielo per chiamarlo a testimone. «Come al solito non avete capito niente. Guagliù, per fare un sillogismo ci vuole una premessa maggiore e una premessa minore: voi invece non avete fatto la premessa maggiore. Per farlo funzionare avreste dovuto dire:

Tutto ciò che fischia è una locomotiva.

Socrate fischia.

Socrate è una locomotiva.

Allora dicevo io: «Esiste un'eventualità che Socrate possa essere una locomotiva?» «No che non esiste,» rispondeva lui senza scomporsi «esiste però l'eventualità che tu finisca a ottobre per la filosofia»



# PER NON DIMENTICARE...

---

- Aristotele definisce “**scientifico**” il sillogismo che parte da premesse vere. Alla base delle scienze (e di ogni deduzione) ci sono dei principi generali detti **assiomi** e delle definizioni indimostrabili ma evidenti, che si possono cogliere solo attraverso un atto di intuizione del nostro intelletto.



VENIAMO AL PUNTO..

---



# LOGICA PROPOSIZIONALE

---

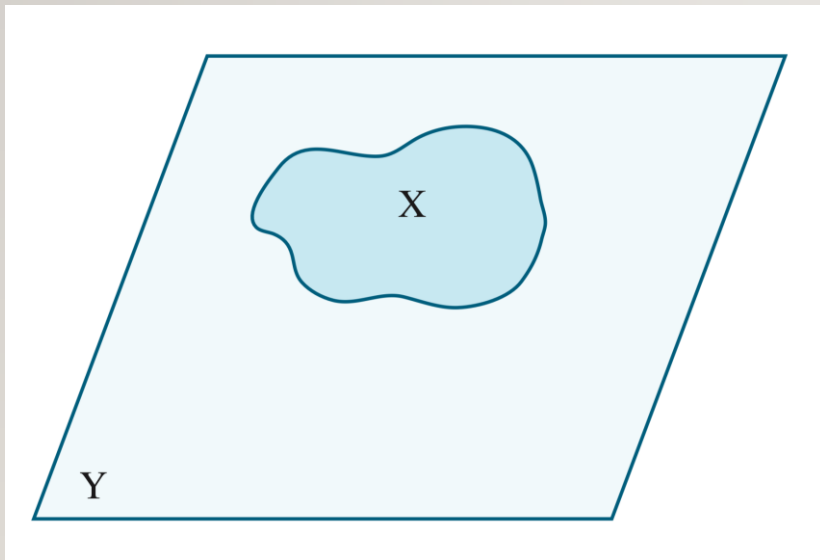
- La logica simbolica si occupa essenzialmente di proposizioni
- Una proposizione è una qualunque affermazione che possa esser definita o vera o falsa (ma non contemporaneamente vera e falsa).

# INSIEMI E LOGICA PROPOSIZIONALE

---

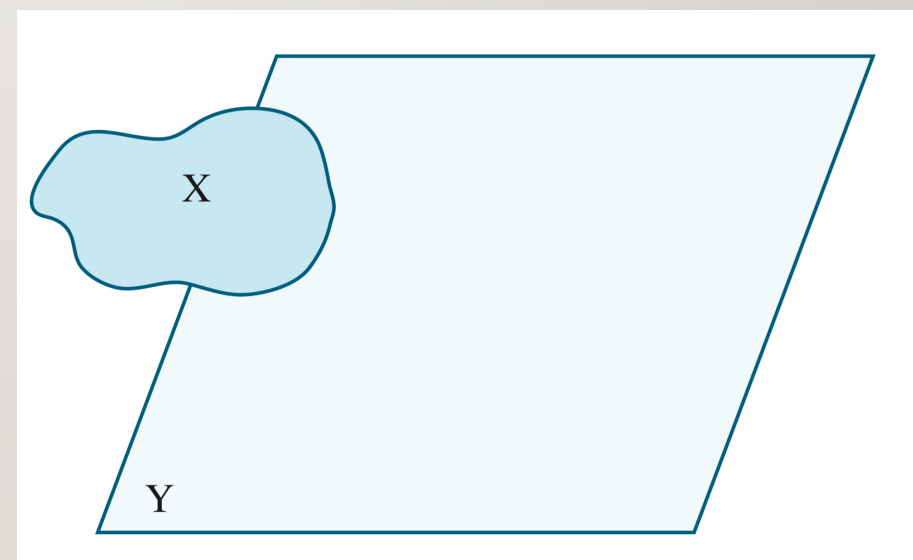
X È SOTTOINSIEME DI Y

**TUTTI** GLI ELEMENTI X SONO ANCHE ELEMENTI DI Y



X **NON** È SOTTOINSIEME DI Y

**QUALCHE** X **NON** APPARTIENE A Y



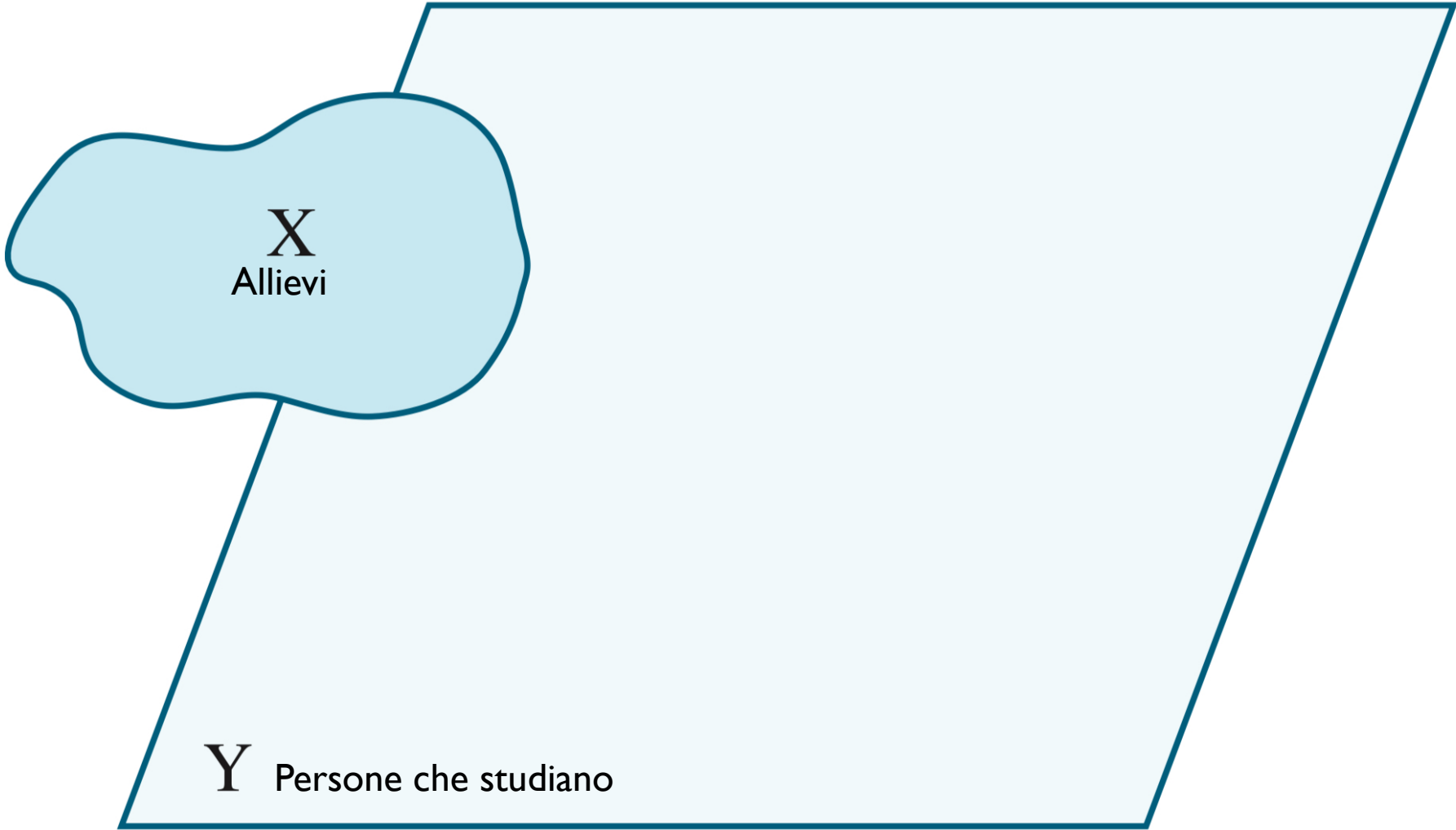
# ESEMPIO

---

La proposizione  $\mathcal{P} = \text{«non tutti gli allievi studiano»}$  è equivalente ad una sola delle seguenti. A quale?

1. Alcuni allievi non studiano
2. Tutti gli allievi non studiano
3. Nessun allievo studia
4. Alcuni allievi studiano
5. Tutti gli allievi studiano





---

La proposizione  $\mathcal{P}$  = «non tutti gli allievi studiano» è equivalente ad una sola delle seguenti. A quale?

1. **Alcuni allievi non studiano**
2. Tutti gli allievi non studiano
3. Nessun allievo studia
4. Alcuni allievi studiano
5. Tutti gli allievi studiano

---

Se l'affermazione "Tutte le partite di basket sono avvincenti" è falsa, quale delle seguenti proposizioni è necessariamente vera?

1. nessuna partita di calcio è avvincente;
2. alcune partite di pallavolo sono avvincenti;
3. almeno una partita di basket è avvincente;
4. alcune partite di basket non sono affatto avvincenti;
5. almeno una partita di basket non è avvincente

---

Se l'affermazione "Tutte le partite di basket sono avvincenti" è falsa, quale delle seguenti proposizioni è necessariamente vera?

1. nessuna partita di calcio è avvincente;
2. alcune partite di pallavolo sono avvincenti;
3. almeno una partita di basket è avvincente;
4. alcune partite di basket non sono affatto avvincenti;
5. **almeno una partita di basket non è avvincente**



---

Qual è la negazione della proposizione  $\mathcal{P} = \llcorner\text{tutti gli allievi sono diligenti e leali}\llcorner$

1. Vi sono allievi diligenti o allievi sleali
2. Vi sono allievi negligenti o allievi sleali
3. Vi sono allievi negligenti o allievi leali
4. Vi sono allievi o diligenti o leali
5. Vi sono allievi diligenti e leali

---

Qual è la negazione della proposizione  $\mathcal{P} = \llcorner\text{tutti gli allievi sono diligenti e leali}\llcorner$

1. Vi sono allievi diligenti o allievi sleali
- 2. Vi sono allievi negligenti o allievi sleali**
3. Vi sono allievi negligenti o allievi leali
4. Vi sono allievi o diligenti o leali
5. Vi sono allievi diligenti e leali

---

“Almeno un giorno alla settimana mi piace andare in piscina”. Negare questa affermazione significa affermare che:

1. tutti i giorni della settimana mi piace andare in piscina;
2. quasi tutti, ma non tutti, i giorni della settimana mi piace andare in piscina;
3. nessun giorno della settimana mi piace andare in piscina;
4. almeno due giorni alla settimana mi piace andare in piscina;
5. il mercoledì riesco sempre ad andare in piscina

---

“Almeno un giorno alla settimana mi piace andare in piscina”. Negare questa affermazione significa affermare che:

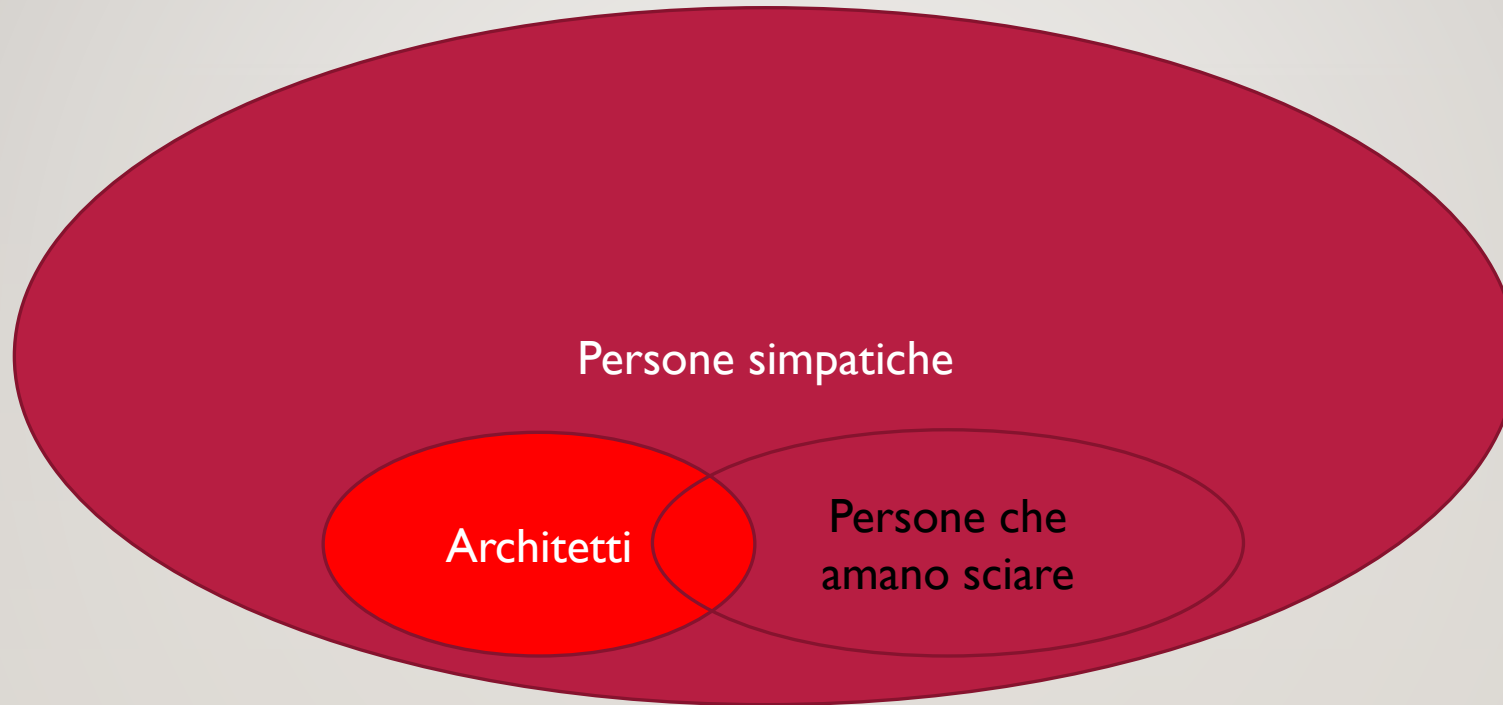
1. tutti i giorni della settimana mi piace andare in piscina;
2. quasi tutti, ma non tutti, i giorni della settimana mi piace andare in piscina;
3. **nessun giorno della settimana mi piace andare in piscina;**
4. almeno due giorni alla settimana mi piace andare in piscina;
5. il mercoledì riesco sempre ad andare in piscina



---

“Tutti gli architetti sono simpatici. Claudio ama sciare. Tutte le persone che amano sciare sono simpatiche”. In base alle precedenti informazioni, quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera?

1. tutti gli architetti amano sciare;
2. tutte le persone simpatiche sono architetti;
3. Claudio è un architetto;
4. Claudio è simpatico;
5. Claudio avrebbe desiderato fare l'architetto



Persone simpatiche

Architetti

Persone che  
amano sciare

---

“Tutti gli architetti sono simpatici. Claudio ama sciare. Tutte le persone che amano sciare sono simpatiche”. In base alle precedenti informazioni, quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera?

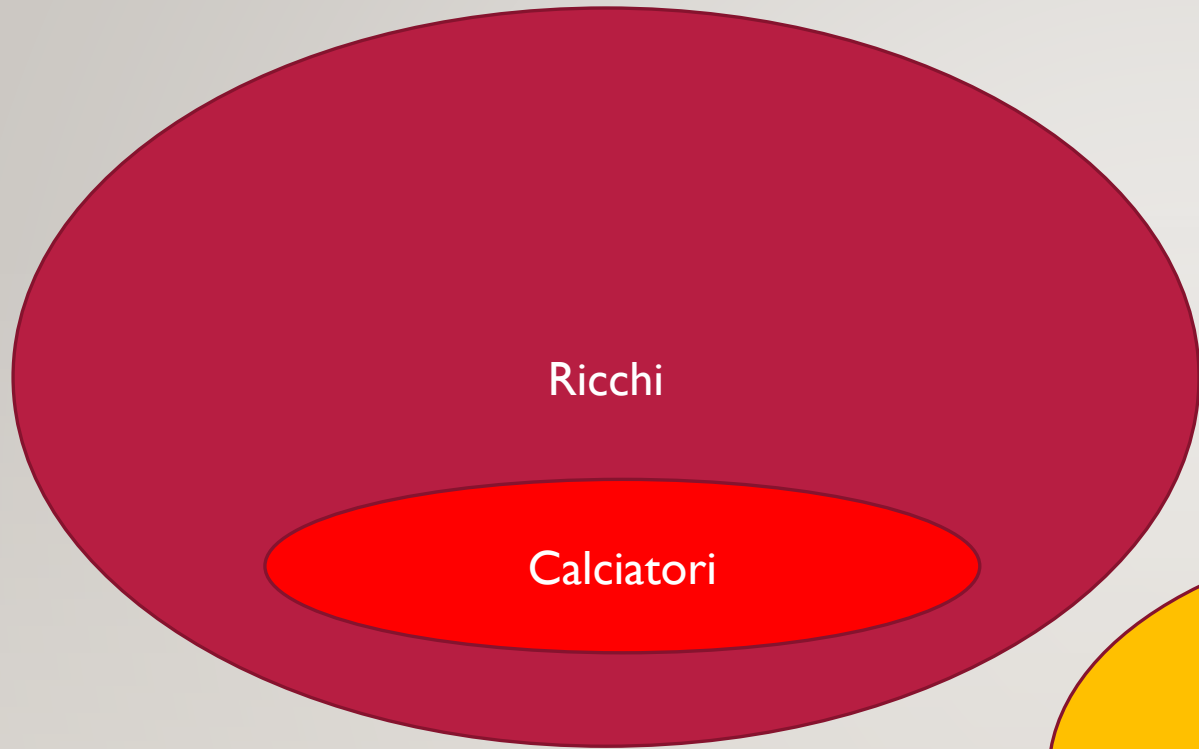
1. tutti gli architetti amano sciare;
2. tutte le persone simpatiche sono architetti;
3. Claudio è un architetto;
4. **Claudio è simpatico;**
5. Claudio avrebbe desiderato fare l'architetto

---

"Tutti i calciatori sono ricchi. Nessun ricco è una persona sensibile. Dunque .....  
è calciatore". Individuare il corretto completamento del sillogismo.

1. qualche persona sensibile;
2. nessun ricco;
3. nessuna persona sensibile;
4. qualche calciatore;
5. ogni persona sensibile





---

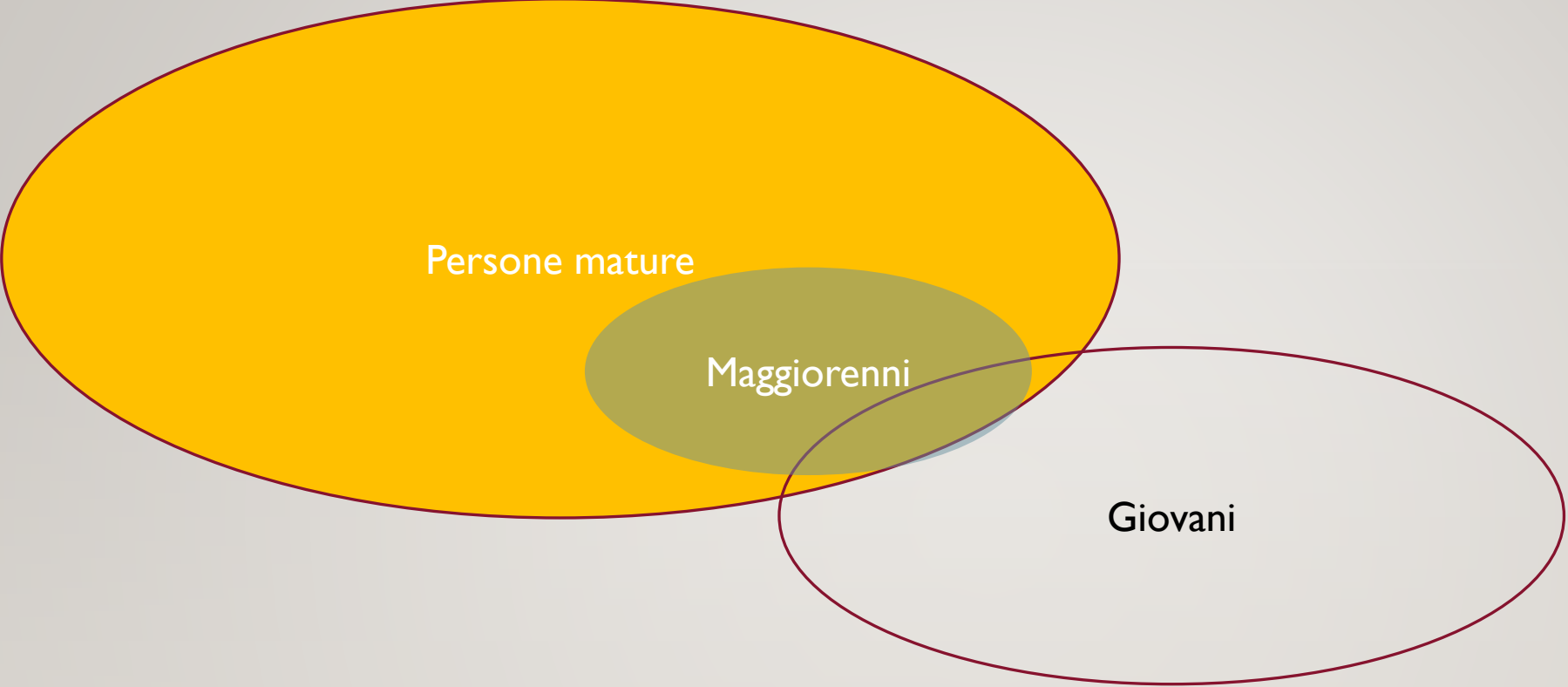
"Tutti i calciatori sono ricchi. Nessun ricco è una persona sensibile. Dunque .....  
è calciatore". Individuare il corretto completamento del sillogismo.

1. qualche persona sensibile;
2. nessun ricco;
3. **nessuna persona sensibile;**
4. qualche calciatore;
5. ogni persona sensibile

---

"Tutti i maggiorenni sono maturi. Alcuni giovani sono maggiorenni. Dunque ..... è maturo". Individuare il corretto completamento del sillogismo.

1. ogni giovane;
2. qualche maggiorenne;
3. qualche giovane;
4. ogni persona matura;
5. ogni maggiorenne



Persone mature

Maggiorenni

Giovani

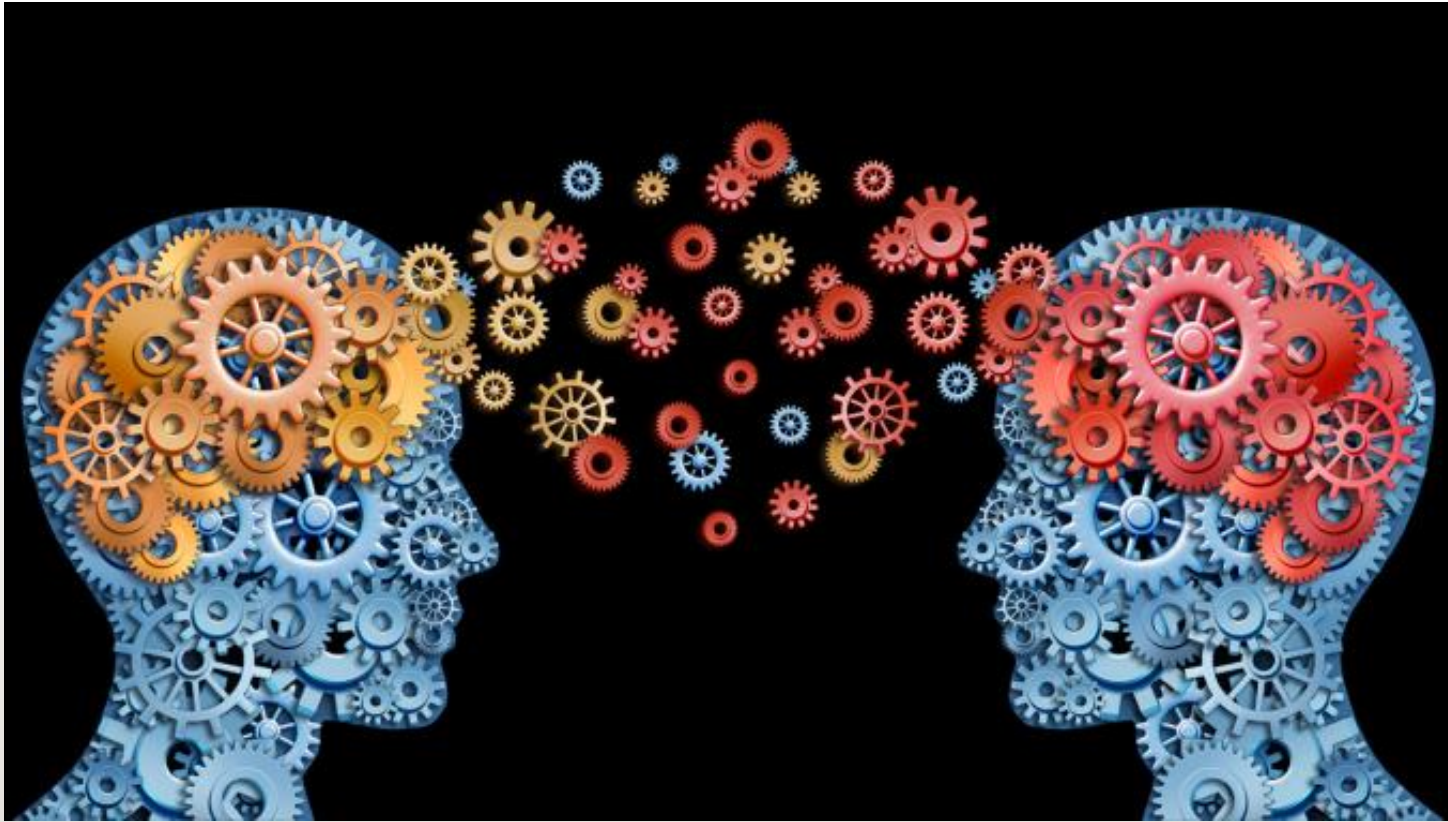




---

"Tutti i maggiorenni sono maturi. Alcuni giovani sono maggiorenni. Dunque ..... è maturo". Individuare il corretto completamento del sillogismo.

1. ogni giovane;
2. qualche maggiorenne;
- 3. qualche giovane;**
4. ogni persona matura;
5. ogni maggiorenne



---

VEDIAMO ORA UN PO' DI QUESITI

Un vespista oculato, in un suo viaggio di 900 km, usa anche la ruota di scorta in modo che alla fine le tre ruote subiscano la stessa usura.

Quanti km avrà percorso ogni ruota alla fine del viaggio?

1. (A) 300
2. (B) 450
3. (C) 500
4. (D) 600
5. (E) 750.





PROVIAMO A PORCI IN UN'ALTRA PROSPETTIVA:  
NON RAGIONIAMO SULLE RUOTE CHE  
COMPIONO IL TRAGITTO, MA SU QUELLA CHE  
RIMANE DI SCORTA...





Un vespista oculato, in un suo viaggio di 900 km, usa anche la ruota di scorta in modo che alla fine le tre ruote subiscano la stessa usura. Quanti km avrà percorso ogni ruota alla fine del viaggio?

1. (A) 300
2. (B) 450
3. (C) 500
4. **(D) 600**
5. (E) 750.



---

Quale dei seguenti numeri è un divisore di  $3^3 \cdot 4^4 \cdot 5^3$  ?

1. (A) 42,
2. (B) 45,
3. (C) 52,
4. (D) 85,
5. (E) 105.

---

$$N = 3^5 \cdot 4^4 \cdot 5^3 = 3^5 \cdot 2^8 \cdot 5^3$$

(A)  $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

(B)  $45 = 3^2 \cdot 5$

(C)  $52 = 2^2 \cdot 13$

(D)  $85 = 17 \cdot 5$

(E)  $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

---

$$N = 3^5 \cdot 4^4 \cdot 5^3 = 3^5 \cdot 2^8 \cdot 5^3$$

$$(A) 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$(B) 45 = 3^2 \cdot 5$$

$$(C) 52 = 2^2 \cdot 13$$

$$(D) 85 = 17 \cdot 5$$

$$(E) 105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$



---

Quale dei seguenti numeri è un divisore di  $3^3 \cdot 4^4 \cdot 5^3$  ?

1. (A) 42,
2. **(B) 45,**
3. (C) 52,
4. (D) 85,
5. (E) 105.



---

Quanti lunedì possono esserci al massimo  
in 45 giorni consecutivi?

1. (A)5,
2. (B)6,
3. (C)7,
4. (D)8,
5. (E)9.



L1

L8

L15

L22

L29

L36

L43

---

Quanti lunedì possono esserci al massimo  
in 45 giorni consecutivi?

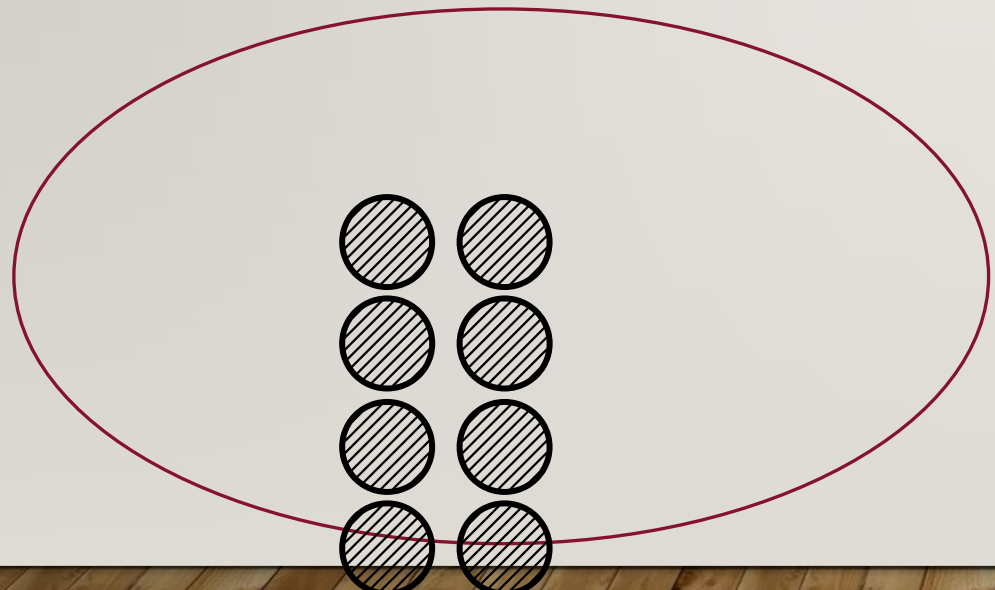
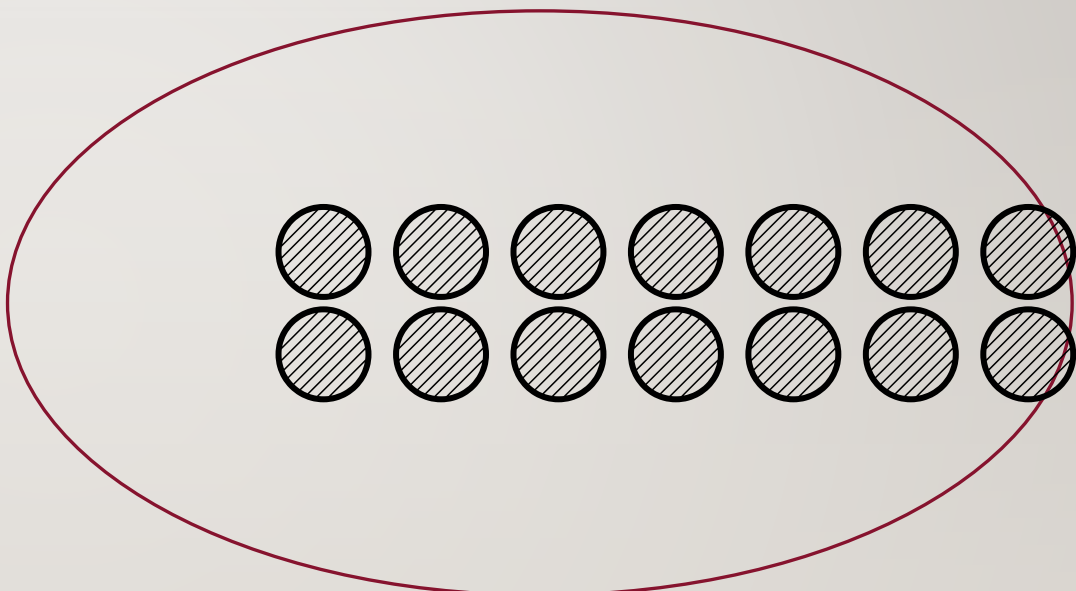
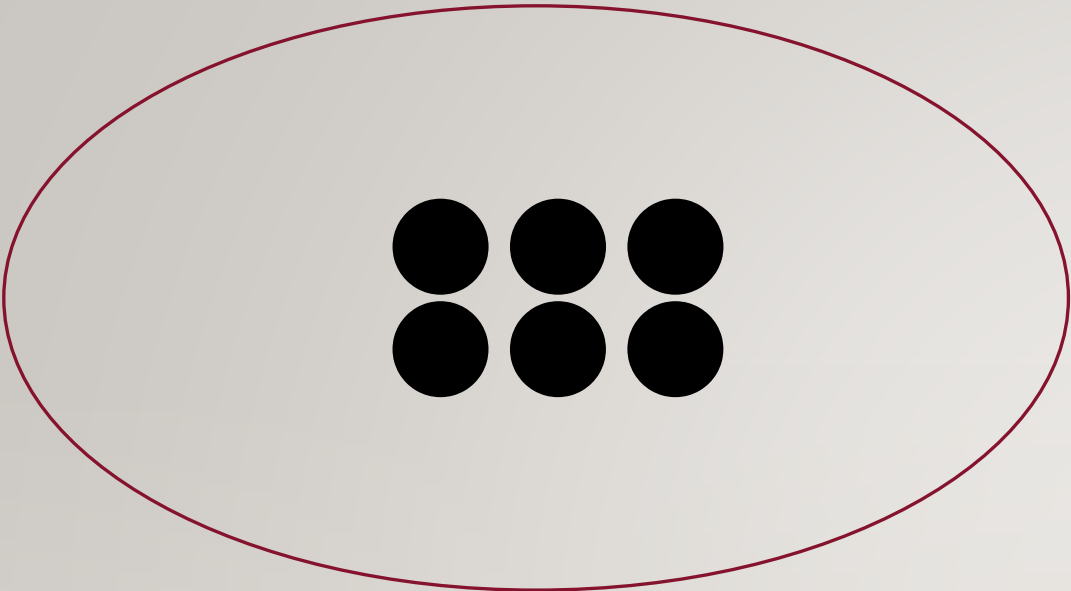
1. (A)5,
2. (B)6,
3. **(C)7,**
4. (D)8,
5. (E)9.



---

Emilio prende al buio dei calzini da una cesta in cui ci sono: 6 calzini neri, 14 calzini blu e 8 calzini verdi. Per essere sicuro che tra i calzini che ha preso ce ne siano due dello stesso colore, il numero minimo di calzini che deve prendere è:

1. (A) 3,
2. (B) 4,
3. (C) 9,
4. (D) 15,
5. (E) 21.





---

Emilio prende al buio dei calzini da una cesta in cui ci sono: 6 calzini neri, 14 calzini blu e 8 calzini verdi. Per essere sicuro che tra i calzini che ha preso ce ne siano due dello stesso colore, il numero minimo di calzini che deve prendere è:

1. (A) 3,
2. **(B) 4,**
3. (C) 9,
4. (D) 15,
5. (E) 21.

- 
- Quante sono le coppie di numeri interi positivi  $(m, n)$  tali che  $m^n = 2^{12}$ ?
  - (A) 2
  - (B) 1
  - (C) 3
  - (D) 6
  - (E) 4

- 
- Il numero  $m$  deve essere necessariamente una potenza di 2.
  - Pertanto possiamo scrivere  $m=2^k$
  - Quindi  $m^n=(2^k)^n=2^{kn}$
  - Allora  $kn$  sarà 12

- 
- Quante sono le coppie di numeri interi positivi  $(m, n)$  tali che  $m^n = 2^{12}$ ?
  - (A) 2
  - (B) 1
  - (C) 3
  - **(D) 6**
  - (E) 4

Un cacciatore di orsi parte per una battuta di caccia. Raggiunto il luogo desiderato, pianta la sua tenda e poi si incammina verso sud per un chilometro alla ricerca di orsi, ma non trova nulla. Decide di deviare percorrendo un chilometro verso est. Nulla. Si dirige allora verso nord. Dopo un chilometro trova un orso che sta frugando proprio nella tenda e lo cattura. Di che colore è l'orso?





